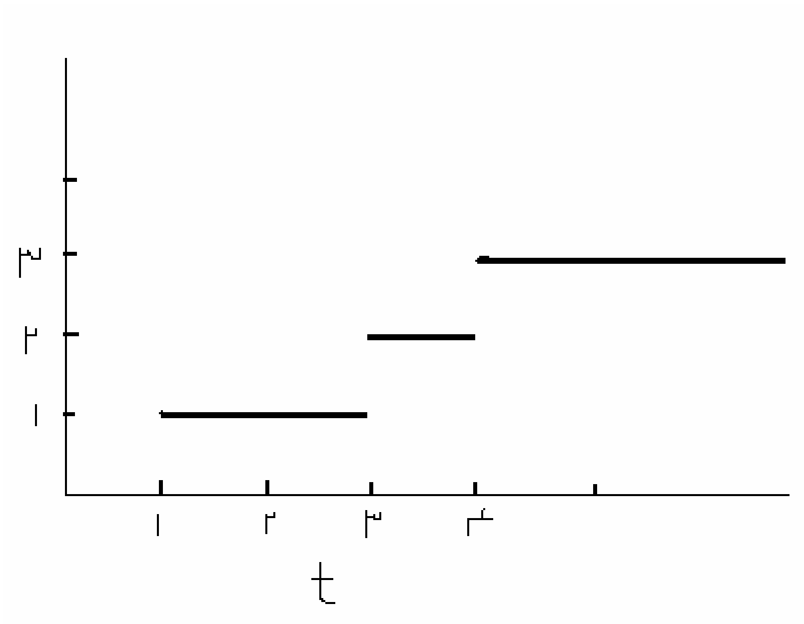
# فرآیندهای تصادفی

یک فرایند تصادفی $X=\{X(t),t\in T\}$ گردایه ای از متغیرهای تصادفی است. یعنی به ازای هر $t$ در مجموعه اندیس گذار $T$، $X(t)$ یک متغیر تصادفی است. اغلب $t$ را به زمان تعبیر می کنیم و $X(t)$ را حالت فرایند در زمان $t$ می گوییم. اگر مجموعه اندیس گذار $T$ شمارا باشد $X$ را فرایندی گسسته- زمان می گوییم و اگر $T$ پیوسته باشد آن را فرایند پیوسته- زمان گوییم.

هر تحقق $X$ را ، یک مسیر نمونه ای می نامند. مثلا اگر پیشامدهایی در طول زمان به تصادف رخ دهند و $X(t)$ تعداد پیشامدهایی باشد که در $[0,t]$ رخ داده اند، آنگاه شکل زیر مسیر نمونه ای $X$ را به دست می دهد که متناظر با پیشامدهایی است که اولی در زمان ۱، پیشامد بعدی در زمان۳ و پیشامد سوم در زمان ۴ رخ داده است و در هیچ جای دیگر پیشامدی رخ نداده است.




می گوییم فرایند تصادفی پیوسته- زمان $\{X(t),t\in T\}$ ، نموهای مستقل دارد اگر به ازای هر $t_0<t_1<\ldots<t_n$ ، متغیرهای تصادفی

$$X(t_1)-X(t_0),X(t_2)-X(t_1),\ldots,X(t_n)-X(t_{n-1})$$

مستقل باشند و گوییم دارای نموهای ماناست اگر $X(t+s)-X(t)$ برای تمام $t$ ها دارای یک توزیع باشند. یعنی فرایند دارای نموهای مستقل است اگر تغییرات مقادیر آن روی فاصله

**های زمانی نامتداخل، مستقل باشند و دارای نموهای ماناست اگر توزیع تغییرات مقادیر در بین هر دو نقطه فقط به فاصله آن دو نقطه بستگی داشته باشد.**

## فرایند شمارشی

**فرایند تصادفی $\{N(t), t \geq 0\}$ را فرایند شمارشی گوییم هرگاه $N(t)$ تعداد کل پیشامدهایی باشد که تا زمان $t$ رخ داده اند. از این رو فرایند شمارشی $N(t)$ باید در شرایط زیر صدق کند:**

**۱-** $N(t) \geq 0$

**۲-** $N(t)$ **صحیح مقدار باشد**

**۳-اگر** $s < t$ **، آنگاه** $N(s) \leq N(t)$

**۴-برای** $s < t$ **،** $N(t) - N(s)$ **برابر تعداد پیشامدهایی باشد که در فاصله** $(s, t]$ **رخ داده اند**

**فرایند شمارشی دارای نموهای مستقل است اگر تعداد پیشامدهایی که در فاصله زمانی جدا از هم رخ می دهند مستقل باشند.**

**فرایند شمارشی دارای نموهای ماناست اگر توزیع تعداد پیشامدهایی که دریک فاصله زمانی دلخواه رخ می دهند فقط به طول فاصله زمانی بستگی داشته باشد.**

## فرایند پواسن

یکی از مهمترین انواع فرایند شمارشی فرایند پواسن است که بصورت زیر تعریف می شود:

**فرایند شمارشی** $\{N(t), t \geq 0\}$ **را یک فرایند پواسن با نرخ** $\lambda$**، گوییم هرگاه:**

**۱-** $N(0) = 0$

**۲-فرایند دارای نموهای مستقل باشد**

**۳-تعداد پیشامدها در هر فاصله زمانی دلخواه به طول t دارای توزیع پواسن با میانگین** $\lambda t$ **باشد، یعنی به ازای هر** $s, t \geq 0$ **،**

$$P\{N(t+s) - N(s) = n\} = e^{-\lambda t} \frac{(\lambda t)^n}{n!} \qquad n = 0,1,2,\ldots$$

**توجه کنید از شرط سوم نتیجه می شود فرایند پواسن دارای نموهای ماناست.**